



Bajesijansko modeliranje u analizi združenih efekata

Vesna Janković-Milić*, Vinko Lepojević

Rezime: Statistička analiza u marketingu u velikoj meri je uslovljena dostupnošću različitih tipova podataka. Poslednjih decenija zabeležen je nagli porast u broju i vrstama podataka koji su dostupni istraživačima tržišta. U takvim uslovima tradicionalni statistički metodi imaju ograničene mogućnosti za rešavanje problema vezanih za izražavanje neizvesnosti na tržištu. Cilj ovog rada je da ukaže na prednosti primene bajesijanskog zaključivanja, kao alternativnog pristupa klasičnom zaključivanju. Metodi multivarijacije statistike pružaju moćne alate za postizanje brojnih ciljeva marketinških istraživanja. Jedan od tih metoda je i analiza združenih efekata, koja obezbeđuje kvantitativnu meru relativnog značaja jednog atributa proizvoda ili usluge u odnosu na drugi atribut. Primena ovog metoda podrazumeva prikupljanje informacija o potrošačima, pri čemu oni izražavaju svoje preferencije, a statistička analiza obezbeđuje numeričke pokazatelje korisnosti svakog atributa. Jedna od glavnih primedbi na metod diskretnog izbora u analizi združenih efekata je da primena ovog metoda omogućava procenu korisnosti samo na agregatnom nivou i to izražavanjem proseka korisnosti za sve ispitanike u istraživanju. Primena hijerarhijskih bajesijanskih modela omogućava obuhvatanje individualnih ocena korisnosti za svaki nivo atributa.

Ključne reči: marketing istraživanje, bajesijansko zaključivanje, analiza združenih efekata, hijerarhijski bajesijanski modeli.

UVOD

Poznavanje želja i potreba potrošača predstavlja jedan od ciljeva marketing istraživanja. Marketing istraživanje je proces koji uključuje više faza, pri čemu je jedna preduslov za drugu. To je veoma kompleksan i dinamičan proces, a predmet njegovog istraživanja mogu biti brojne interne i eksterne varijable (Stankovic, Lj. Đukić, S., 2009, str. 54). Informacije dobijene marketing istraživanjima omogućavaju preduzeću da bude ispred konkurencije unutar ili izvan svoje grane, s obzirom da je osmišljeno tako da stalno prati želje i potrebe potrošača.

Statističke metode imaju široku primenu u marketing istraživanjima. Makreting menadžeri oslanjaju se na napredne statističke metode kako bi rešili pojedine poslovne probleme. Sa statističke tačke gledišta, kao i svaka druga disciplina, marketing se bavi pronalaženjem odnosa između varijabli. Modeliranje razlika u stavovima potrošača svodi se na modeliranje verovatnoće i bazira se na rasporedima verovatnoće.

1. KLASIČNO VS. BAJESIJSKO STATISTIČKO ZAKLJUČIVANJE

Raspon statističkih metoda koje se koriste u marketingu ide od jednostavnih analiza podataka dobijenih istraživanjem do složenih matematičkih tehnika modeliranja, pri čemu je značaj primene statističkih metoda i njihove adaptacije za potrebe marketing istraživanja višestruk. Statistička analiza u marketing istraživanjima počinje prikupljanjem informacija sa tržišta. Potrebne informacije sa tržišta mogu biti prikupljene, pored ostalog, anketiranjem jednog dela populacije potrošača, tj. uzorkovanjem. Prikupljanje tržišnih informacija uključuje sledeće korake:

1. Formulisanje upitnika,
2. Izbor adekvatnog metoda formiranja uzorka,
3. Sprovođenje istraživanja,
4. Tabeliranje informacija

* Univerzitet u Nišu, Ekonomski fakultet

Rad je rezultat rada na Projektu 179066 koji finansira Ministarstvo za nauku i tehnološki razvoj Republike Srbije

Na osnovu karakteristika uzoraka formiranih iz populacije potrošača, primenom metoda statističkog zaključivanja donose se zaključci o karakteristikama cele populacije. Iz razloga što se na osnovu uzorka nikada ne može sa potpunom sigurnošću odrediti prava vrednost parametara populacije, uzorci se u statističkom zaključivanju posmatraju kao jedna od mnogih realizacija događaja, a zatim se postojeća neizvesnost kvantifikuje frekvencijalnim konceptom verovatnoće. Tako, na primer, ukoliko je predmet interesovanja aritmetička sredina neke karakteristike populacije potrošača, aritmetička sredina ispitanog uzorka je najbolja ocena aritmetičke sredine populacije, uz definisanje verovatnoće koja se odnosi na hipotetičke uzorke koji mogu biti izvučeni iz populacije potrošača.

Analitičke metode istraživanja tržišta, su se decenijama unazad oslanjale na klasičnu statistiku. Klasični statistički metodi, zasnovani na frekvencijanom konceptu verovatnoće izražavaju neizvesnost preko varijabiliteta statistika hipotetičkih uzoraka, prilikom tumačenja intervala poverenja i testiranja statističkih hipoteza koje se odnose na parametre populacije.

Tokom poslednjih deset godina, dogodila su se velika pomeranja u smislu inoviranja u statističkoj analizi marketing podataka. Pojavila se nova paradigma koja odražava drugačiju perspektivu verovatnoće tako da dolazi do povećanog interesovanja za implementaciju bajesijskih metoda u marketingu. Teorijske postavke bajesijskih metoda su odavno priznate, ali je složenost dobijanja rezultata bio osnovni razlog zanemarivanja bajesijskog pristupa u zaključivanju. Napredak u informatičkoj tehnologiji, uz to i odgovarajući statistički softveri, omogućili su prevazilaženje ove prepreke, a samim tim i implementaciju bajesijskog zaključivanja u analizi mnogih marketing problema (Lepojević i ostali, 2009, str. 604-608; Singh, B., 2010, pp. 49-53).

Bajesijsko statističko zaključivanje o nepoznatom parametru populacije bazira se na uslovnoj verovatnoći i po tome se i razlikuje od klasičnog statističkog zaključivanja. Razlika između ova dva tipa statističkog zaključivanja ogleda se i u samom shvatanju verovatnoće događaja. Kod klasičnog zaključivanja verovatnoća događaja shvata se u objektivnom ili frekvencijalnom smislu. Za razliku od klasičnog, u bajesijskom zaključivanju verovatnoća događaja shvata se u subjektivnom smislu.

Opšti sistem po kome bajesijsko zaključivanje funkcioniše identičan je klasičnom. Postoji parametar populacije o kome treba doneti zaključke, ali se u bajesijskom zaključivanju parametar posmatra kao slučajna promenljiva. Ova karakteristika bajesijske

statistike u suštini vodi različitom pristupu statističkom zaključivanju.

Celokupna bajesijska teorija zaključivanja oslanja se na **Bajesovu teoremu** i predstavlja jedan opšti pristup problemu zaključivanja koji dopušta uključivanje apriornih informacija o parametru u vidu neke raspodele parametra. Autor čuvene teoreme, koja je još od prvih dana pojavljivanja pobudila interesovanje i bila predmet mnogih kontraverzi je engleski sveštenik i matematičar **Thomas Bayes** (1702-1761). On je u svojim radovima bio zaokupljen problemom izvođenja zaključaka na osnovu induktivne inferencije. Godine 1742. postao je član Kraljevske akademije nauka u Londonu, uprkos činjenici da do tada nije imao nijedan objavljeni rad iz oblasti matematike. U stvari, nijedan njegov rad nije objavljen za života pod imenom autora imenom. Rad koji je objavljen 1736. godine "*An Introduction to the Doctrine of Fluxions*" objavljen je pod pseudonimom. Veliku zaslugu u objavljivanju njegovih radova imao je njegov prijatelj **Richard Price**. On je 1764. u časopisu "*Philosophical Transaction*" koji izdaje Kraljevska akademija nauka u Londonu posthumno objavio esej u kome **Bayes** postavlja svoju teoriju verovatnoće u smislu *doctrine of chances*. Šta je tačno **Bayes** nameravao da učini sa tom teoremom ostaje misterija. Danas, ipak, Bajesova teorema predstavlja početnu poziciju za sve bajesijske proračune (Box, G.E.P., Tiao, G.C., 1992).

Pre **Bayes**-a, matematičari su se na osnovu dedukcije, polazeći od date hipoteze, a na bazi apriorne verovatnoće, bavili eventualnim posledicama njene primene. **Bayes** je pošao „iz suprotnog smera“, došao je do teoreme pomoću koje se na osnovu posmatranja posledica utvrđuje hipoteza. Njena matematička primena nije sporna, već je sporno utvrđivanje apriorne verovatnoće. Na primer, potrebno je utvrditi verovatnoću dnevnog povećanja cena na tržištu hartija od vrednosti, ako se zna da su cene prethodnog dana pale. Zbog toga se obično pretpostavlja postojanje određenog stanja stvari i tada određuje verovatnoća pojave nekog događaja. Bajesova teorema, naime, vodi u suprotnom smeru. Kada je opažen događaj, teorema omogućava da se određenom stanju stvari pripiše verovatnoća. Stoga, opazivši povećanje cena na tržištu hartija od vrednosti u danu kada se vrši posmatranje, Bajesova teorema se može primeniti za određivanje verovatnoće da je dan ranije došlo do pada cena.

Pomoću Bajesove teoreme dobijaju se uslovne verovatnoće $P(C_i | \frac{1}{2}A)$ hipoteza C_i $i=1, 2, \dots, n$, ako je poznato da se ostvario posmatrani događaj A .

Bayes-ova teorema:

Neka događaji C_1, C_2, \dots, C_n iz s -algebre F obrazuju potpun sistem događaja, pri čemu je $P(C_i) > 0, i = 1, 2, \dots, n$. Za bilo koji događaj A iz F za koji je $P(A) > 0$ važi formula

$$P(C_i|A) = \frac{P(C_i)P(A|C_i)}{\sum_{j=1}^n P(C_j)P(A|C_j)}, i = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

Prethodna relacija predstavlja *Bajesovu formulu verovatnoće uzroka ili hipoteza*. (Milošević M. V., 1998, str. 169)

Na osnovu formule uslovne verovatnoće i uslovne verovatnoće događaja C za dato A

$$P(C|A) = \frac{P(AC)}{P(A)}, P(A) > 0. \quad (2)$$

dolazi se do verovatnoće simultanog ostvarenja događaja A i C , koja se može predstaviti na sledeći način:

$$P(AC) = P(C)P(A|C) = P(A)P(C|A). \quad (3)$$

Ako se iz ove jednakosti na levu stranu izvuče samo $P(C|A)$ dobiće se sledeće:

$$P(C|A) = \frac{P(C)P(A|C)}{P(A)}. \quad (4)$$

Primenom formule potpune verovatnoće dobija se izraz kao u formuli (1).

Primena *Bayes-ove* formule može se interpretirati na sledeći način: Neka je pre početka nekog naučnog istraživanja postavljeno n hipoteza C_1, C_2, \dots, C_n o prirodi ispitivanog objekta. Na osnovu podataka iz ranijih istraživanja i ličnog suda o prirodi ispitivanog objekta, istraživač hipotezama pridružuje verovatnoće $P(C_1), P(C_2), \dots, P(C_n)$. Ove verovatnoće nazivaju se verovatnoće uzroka ili hipoteza, a pošto se određuju pre vršenja eksperimenta nazivaju se i verovatnoće *a priori* ili apriorne verovatnoće. Takođe se pretpostavlja da je izvršen eksperiment u kome se ostvario događaj A . Pomoću Bajesove formule određuju se uslovne verovatnoće hipoteza $P(C_1|A), P(C_2|A), \dots, P(C_n|A)$. Tako dobijene verovatnoće nazivaju se aposteriornim verovatnoćama, jer su određene posle izvršenog eksperimenta. Pomoću aposteriornih verovatnoća koje su određene na osnovu informacije da se u eksperimentu ostvario događaj A , koriguju se apriorne verovatnoće. Ove apriorne verovatnoće često

se, zbog odsustva informacije o ispitivanom objektu, donose subjektivno, tako da nepoznavanje prirode ispitivanog objekta može dovesti u pitanje valjanost primene Bajesove formule.

Bajesijansko zaključivanje odlikuju sledeće osobine:

- subjektivna interpretacija verovatnoće,
- relevantne informacije za odlučivanje sastoje se iz podataka uzorka i apriornih informacija izraženih preko raspodele parametra.

Procedura bajesijanskog zaključivanja predstavlja reviziju apriornih ubeđenja o parametru populacije na osnovu podataka iz uzorka. Tačnije, primarna uloga podataka iz uzorka u ovom pristupu ogleda se u korekciji apriornih informacija o parametru populacije. Bajesijanski pristup zaključivanju ima značajnu prednost nad klasičnim pristupom, jer primorava istraživača da koristi sve raspoložive informacije, a ne samo opažanja iz uzorka. Do naglog interesovanja za ovu teoremu došlo je nakon drugog svetskog rata, kada statističko zaključivanje bazirano na klasičnim teorijama verovatnoće nije moglo da pruži zadovoljavajući odgovor na probleme koji su se javljali u praksi.

2. ANALIZA ZDRUŽENIH EFEKATA

Posebno važnu ulogu u marketing istraživanjima imaju metodi multivarijacione analize, pri čemu su oni prilagođeni rešavanju raznovrsnih problema iz oblasti marketinga. Analiza združenih efekata pripada metodima multivarijacione analize. To je metod analize zavisnosti koji se koristi za dobijanje relativne vrednosti ili značaja za svaki nivo više atributa proizvoda ili usluge na osnovu rangiranih preferencija ili kombinacija atributa. Zavisna varijabla je stav o preferencijama ispitanika u odnosu na neki novi koncept. Nezavisne varijable su na nivou atributa koji su određeni. Primenom ove tehnike može se dobiti odgovor na pitanje tipa: Koliki obim prodaje ili nivo upotrebe će novi proizvod ostvariti? ili Kakav efekat na preferencije bi imala promena jednog nivoa atributa? Neka se pretpostavi da je preduzeće koje proizvodi računarsku opremu identifikovalo tri atributa računara: cenu (<30.000,00; 30.000,00 – 40.000,00; preko 40.000,00 dinara), težinu (<2 kg, 2-3 kg, preko 3 kg) i ugrađene drajvove (da, ne), na koje kupci obraćaju pažnju kada kupuju računar. Ono što proizvođač zaista želi da zna jeste koji nivo kog atributa bi kupac bio spreman da zameni za koji nivo nekog drugog atributa. Da li bi kupac platio preko 40.000,00 dinara, ako je računar

težak manje od 2 kg? Da li bi kupac prihvatio malo teži računar ako sadrži ugrađene drajvove? Tako se kupcima predstavljaju različite kombinacije ovih osobina (npr, cena <30.000,00 dinara, težina 2-3 kg, bez ugrađenih drajvova; ili cena preko 40.000,00 dinara, težina <2 kg, ugrađeni drajvovi), a zatim se od njih traži da rangiraju ponuđene kombinacije.

Osnovna svrha analize združenih efekata je da „pruži pomoć pri izboru karakteristika koje će biti ponuđene za neki novi ili modifikovani proizvod ili uslugu, kod formiranja cena, kod predviđanja obima prodaje, ili kada treba ispitati koncept novog proizvoda“ (Aker D. et al. 2007, str. 610). Analiza združenih efekata daje kvantitativnu meru relativnog značaja jednog atributa u odnosu na drugi. U realizaciji ove analize sprovodi se anketa, pri čemu ispitanici treba da iskažu svoje preferencije (rangiranjem) prema proizvodima koji su opisani kombinacijom različitih atributa. Analizom se vrši dekompozicija stavova ispitanika na komponente zasnovane na kvalitativnim atributima proizvoda. Za svaki nivo svakog atributa izračunava se odgovarajući numerički pokazatelj parcijalne korisnosti. Najveće vrednosti se dodeljuju najpreferiranijim atributima i tako redom, najmanje vrednosti pripadaju najmanje preferiranim atributima. Atributi sa najvećom korisnošću se smatraju najznačajnijim za predviđanje preferencija.

Ispitanici mogu da otkriju svoje subjektivne ocene o odnosima razmene bilo uzimanjem u obzir dva atributa istovremeno, bilo donošenjem opšte ocene na osnovu celog profila atributa. U ovoj analizi, potrošači tj. ispitanici upoznati su sa opisima aktuelnih ili hipotetičkih proizvoda ili usluga i od njih se traži da procene karakteristike ovih proizvoda ili usluga. „Različito vrednovanje pojedinih komponenti proizvoda ili usluge u konkretnim situacijama kupovine značajno utiče na kreiranje vrednosti od strane ponuđača i oblikovanje njihovih ponuda“ (Stanković Lj., Đukić S., 2006, str. 108). Većina marketing istraživača je upoznata sa bar jednom od varijacija analize združenih efekata. Kao osnovne tehnike analize združenih efekata moguće je izdvojiti sledeće (Green, P., Srinivasan, V., 1990, pp. 3-19):

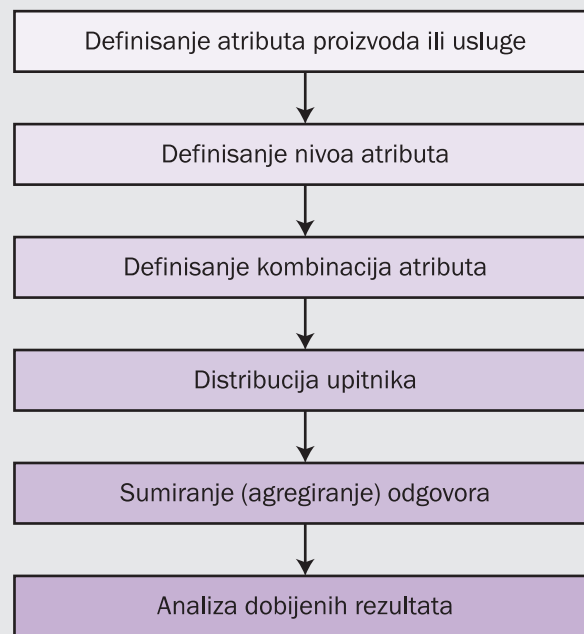
1. *Analiza združenih efekata punog profila* – ispitanicima se daju upitnici koji sadrže sve atribute proizvoda. Broj atributa može biti relativno mali, inače ispitanici ne mogu realno sagledati ceo kompleks karakteristika proizvoda. Ispitanicima mogu biti date kartice sa svim mogućim kombinacijama atributa, ili samo manji broj kartica, koji sadrže izbalansirani skup kombinacija atributa. Ispitanici
2. *Adaptivna analiza združenih efekata* - to je jedna od najpopularnijih tehnika u istraživanjima. Ova tehnika analize omogućava upotrebu velikog broja atributa (do 30) i nivoa (do 7 po atributu), ali zahteva i informatički podržan intervju s ispitanicima, a takođe i kompjutersku obradu podataka. Ispitanici kod ove tehnike vrše izbor između dva proizvoda koji su kod jednog izbora opisani samo sa nekoliko (dva ili tri) atributa odjednom, a formiraju veliki broj takvih izbora. Ovakvo ispitivanje se ne može sprovesti telefonom ili na papiru.
3. *Analiza združenih efekata zasnovana na izboru* - druga je po popularnosti tehnika istraživanja. Primena ove tehnike podrazumeva da ispitanici dobijaju opise proizvoda sa svim atributima (puni profil) i mogu birati ne samo između dva, nego i više proizvoda. Broj atributa koji se koriste kreće se obično u intervalu od 5 do 7, a ispitivanje se može izvršiti pomoću upitnika (u papirnoj formi). Ovaj tip analize se najčešće koristi kod određivanja cene proizvoda.
4. *Analiza združenih efekata diskretnog izbora* - uključuje mogućnost modalnog izbora (npr. da ce se putovati vozom, autobusom ili automobilom), ali može obuhvatiti i kontinuirane ili neprekidne varijable kao što su cena i vreme. Tradicionalno statističko zaključivanje vezano za ovu analizu pokazuje određene nedostatke, pa će zato u nastavku biti reči o mogućnostima njihovog prevazilaženja.

Procedura analize združenih efekata obuhvata sledeće faze: definisanje atributa proizvoda ili usluge, definisanje nivoa atributa, definisanje kombinacija atributa, prezentacija upitnika i prikupljanje mišljenja, agregiranje odgovora i analiza (Churcill G.A., Iacobucci, D., 2009, str 136). Redosled navedenih faza prikazan je na slici br. 1.

U jeziku modeliranja, karakteristike koje opisuju alternative (atribute i funkcije) i ponašanje potrošača kod izbora alternative su opažene ili empirijske varijable. Korisnost koju potrošači dodeljuju različitim karakteristikama proizvoda su neopažene ili latentne varijable. Slučajni faktori (npr. greške odgovaranja) su takođe neopaženi. Analitički izazov leži u izolovanju neopažene korisnosti od drugih neopaženih faktora, s obzirom na atribute i moguće izbore. Ograničavajući faktor u celom tom postupku predstavlja heterogenost ispitanika.

Uzimanje u obzir neizvesnosti koja se na tržištu neminovno ispoljava, vrlo je važno kada se analizi-

SLIKA 1. Dijagram toka analize združenih efekata



raju podaci marketing istraživanja. Podaci dobijeni istraživanjem obično se sastoje od mnogih heterogenih jedinica (na primer: domaćinstava, ispitanika) sa ograničenim informacijama o svakoj jedinici i velikom neizvesnošću. U primeni analize združenih efekata, nije retko da ima više od 20 procena, ili izbora karakteristika proizvoda po ispitaniku. Istraživačima se često dešava da su predviđanja u analizama marketing istraživanja u odrđenom smislu nerealna. Na primer, procena da smanjenje cene za 10% ili 20%, rezultira određenim povećanjem tržišnog učešća, za koje se iz ranijih iskustava zna da je preveliko. Takva preterano optimistična predviđanja rezultat su pogrešne procene osetljivosti na promenu cena. Kada se neizvesnost uzme u obzir, predviđanje tržišnog učešća postaje realnije. Primena Bajesove teoreme u takvim neizvesnim situacijama nudi bolje rešenje baš ovakvih problema.

3. HIJERARHIJSKI BAJESIJSKI MODELI U ANALIZI ZDRUŽENIH EFEKATA DISKRETNOG IZBORA

Poslednjih decenija se u bajesijanskom zaključivanju za analizu aposteriornih raspodela masovno koriste Monte Karlo (MC) metodi simulacije sa odgovarajućim procedurama. Familija metoda pod nazivom *Markovljevi lanci Monte Karlo* (*Markov Chain Monte Carlo* – MCMC) razvijena je kao pojednostavljeni

način uzorkovanja iz složenih raspodela verovatnoće (George, E., 2005). Naime, ova familija metoda MCMC obezbeđuje metode uzorkovanja iz multidimenzionih raspodela, često razlažući ove raspodele na jednodimenzione ili jednostavnije multidimenzione raspodele. Osnovni MCMC pristup obezbeđuje postupak za (Janković-Milić V., Stanković J., 2010, str. 41):

- uzorkovanje iz jedne ili više dimenzija aposteriorne raspodele,
- kretanje kroz kompletnu aposteriornu raspodelu.

Deo naziva ove familije metoda „Monte Carlo“ označava simulacioni proces koji karakteriše slučajnost. Umesto sistematskog pretraživanja čitavog područja definicije problema, pretražuju se samo „slučajno“ odabrane tačke u tom području, pa se traži optimum među tim tačkama. („Slučajno“ na računaru najčešće znači kvazi-slučajno što se postiže pomoću determinističkih algoritama „generatora slučajnih brojeva“. Slučajni brojevi asociraju na kockarnicu – odatle je i naziv *Monte Carlo*). Često se tako odabrane tačke upotrebljavaju kao početni uslovi za lokalnu matematičku optimalizaciju. Postoji mnogo varijanti metoda *Monte Carlo*. Neke od njih se zasnivaju na slučajnom optimiziranju postignutih lokalnih optimuma u toku prethodnog pretraživanja.

U velikom broju metoda veštačke inteligencije upotrebljava se metod *Monte Carlo* kao jednu od svojih komponenata u procesu odlučivanja. Sam proces simulacije sastoji se iz više koraka i nije strogo se-

kvencijalni, što znači da je moguć povratak na pojedine korake procesa. Primenu Monte Karlo simulacije određuje nekoliko tipova problema :

- **deterministički problemi koje je teško ili skupo rešavati** - na primer, izračunavanje integrala koji se ne mogu rešiti analitički. Generiše se niz slučajnih tačaka x_j, y_j sa jednakim verovatnoćama unutar određenog pravougaonika i zatim ispituje koliko je generisanih tačaka unutar površine koja odgovara integralu;
- **složeni fenomeni koji nisu dovoljno poznati** – ključna karakteristika je da nije poznat način uzajamnog delovanja između elemenata već su poznate samo verovatnoće ishoda, koje se koriste za izvođenje niza eksperimenata koji daju uzorke mogućih stanja zavisnih promenljivih;
- **statistički problemi koji nemaju analitička rešenja** – na primer, testiranje novih hipoteza, procena kritičnih vrednosti. Prilikom rešavanja takvih problema takođe se koristi generisanje slučajnih brojeva i promenljivih.

Deo naziva ove familije metoda „Markovljevi lanci“ označava proces uzorkovanja nove vrednosti iz aposteriorne raspodele, na osnovu prethodne vrednosti. Ovaj iterativni proces stvara Markovljev lanac vrednosti koji formira uzorak na bazi izvlačenja iz aposteriorne raspodele, koja je predstavljena odgovarajućim modelom.

Metodi Markovljevi lanci Monte Karlo (MCMC) oslobodili su istraživače od mnogih ograničenja u primeni širokog dijapazona modela. MCMC metodi, kao što je već naglašeno, pogodni su za modeliranje niza uslovnih raspodela, a vrlo često i hijerarhijskih modela. Bajesijanski hijerarhijski modeli pružaju ogromnu fleksibilnost i modularnost i posebno su korisni za marketinške probleme.

Model diskretnog izbora u analizi združenih efekata pretpostavlja da konačan izbor ponuđenih alternativa predstavlja proces u kome potrošači preferiraju određene alternative i biraju onu sa najvećom korisnošću. Pretpostavlja se, takođe, da je korisnost u vezi sa specifičnim nivoima atributa rangiranim od strane potrošača. Ono što se dalje pretpostavlja prilikom formulisanja ovog modela je heterogenost u sklonosti potrošača ka određenim atributima. Model diskretnog izbora predstavljen je kao niz hijerarhijskih algebarskih izraza, gde se parametri modela na jednom nivou hijerarhije objašnjavaju u kasnijim nivoima (Allenby G., Bakken D., and Rossi P., 2004, str.23):

$$P(y_{ih} = 1) = P(V_{ih} + \epsilon_{ih} > V_{jh} + \epsilon_{jh}) \text{ za svako } j \quad (5)$$

$$V_{ih} = x_i' \beta_h \quad (6)$$

$$\beta_h \sim N(\bar{\beta}, \Sigma_\beta) \quad (7)$$

U izrazu (5) P predstavlja verovatnoću, a i i j označavaju različite izbore alternative, y_{ih} – označava rezultat izbora za ispitanika h , V_{ih} – korisnost izbora i -te alternative od strane ispitanika h , dok je ϵ_{ih} slučajna ili rezidualna komponenta. Simbol x_i u izrazu (6) označava attribute i -te alternative, a β_h su ponderi dodeljeni atributima od strane ispitanika h . Izraz (7) predstavlja model slučajnih efekata, koji pretpostavlja da ponderi za attribute imaju normalan raspored u osnovnom skupu ili populaciji (parametri rasporeda su sredina $\bar{\beta}$ i varijansa Σ_β).

Na najnižem hijerarhijskom nivou u jednačinama 5-7 je model za podatke posmatranog izbora. Izraz (5) predstavlja proces izbora pojedinca i njime se precizira da je j -ta alternativa izabrana ako je njena latentna ili neopažena korisnost najveća u odnosu na sve ostale alternative. Latentna korisnost nije direktno uočljiva, već je povezana sa karakteristikama izbora alternative u jednačini (6). Ponder koji svaki ispitanik dodeljuje određenom atributu povezan je sa ponderima drugih ispitanika za dati atribut u združenoj raspodeli datoj izrazom (7). Ovaj izraz dopušta heterogenost elemenata u analizi kroz specifikaciju modela verovatnoće. Bayes-ova teorema u tom smislu obezbeđuje metod za proširenje analize na sve ispitanike, omogućavajući jedinstveno anticipiranje neizvesnosti vezane za svakog ispitanika. Svaka uslovna opservacija izbora ispitanika pokazuje da vrednosti koje ispitanici dodeljuju različitim atributima proizvoda variraju. Prednost bajesijanskog pristupa u ovom slučaju ogleda se u sposobnosti izražavanja i obuhvatanja heterogenosti preferencija potrošača.

Jedna od glavnih primedbi na metod diskretnog izbora u analizi združenih efekata je da primena ovog metoda omogućava procenu korisnosti samo na agregatnom nivou i to izražavanjem proseka korisnosti za sve ispitanike u istraživanju. Primena hijerarhijskih bajesijanskih modela rešava ovaj problem tako što omogućava obuhvatanje individualnih ocena korisnosti za svaki nivo atributa. Na taj način, primena hijerarhijskih bajesijanskih modela stvara komparativnu prednost metodu diskretnog izbora u analizi združenih efekata u odnosu na druge metode analize zasnovane na rangiranim podacima.

Na nivou ispitanika, tj. potrošača, korisnosti ocenjene klasičnim linearnim regresionim modelom za rangirane podatke nisu naročito pouzdane, s obzirom na mali broj opservacija za svaku jedinicu.. Glavna

prednost ocena dobijenih hijerarhijskim bajesian-skim modelima može se uočiti u izrazu (7), kojim se proširuje obuhvatnost analize na sve ispitanike u izorku. Na taj način se povećava i obim informacija koje se koriste za donošenje zaključaka o korisnosti za svakog ispitanika.

Prednost primene hijerarhijskih bajesian-skih modela u predviđanju neizvesnosti proizilazi iz mogućnosti koje pruža primena MCMC metoda, a to je formulisanje modela koji su bliži realnosti i sposobnost da se sprovede analiza nižeg nivoa agregiranosti (Rossi, Pet al.2005). Dobar deo prognostičke superiornosti hijerarhijskih bajesian-skih modela potiče i od zaobilaženja restriktivnih analitičkih pretpostavki koje inače nameću alternativni klasični metodi.

ZAKLJUČAK

U uslovima sve veće neizvesnosti, poslovnog i tržišnog rizika, otkrivanje preferencija potrošača u marketing

istraživanjima trebalo bi da bude krajnji test vrednosti određenog pristupa zaključivanju. Zaključivanje o razlikama u ponašanju potrošača je neophodno za bilo koju marketing odluk, počevši od stratgijskih pa sve do odluka o optimizaciji marketing programa.

U marketing istraživanjima do izražaja dolazi interakcija između dostupnosti metoda zaključivanja i razvoja statističkih modela. Ta interakcija je očigledna u slučaju hijerarhijskih bajesian-skih modela. Nivoi ovih modela podudaraju se sa različitim nivoima na kojima se donose marketing odluke. Nedostatke klasičnog pristupa u izražavanju neizvesnosti na tržištu, prevazilazi bajesian-ski pristup jer, shodno svom konceptu, usmerava istraživače da koriste sve raspoložive informacije, a ne samo opažanja dobijena formiranjem uzroka. Ocene karakteristika koje su predmet istraživanja su na taj način preciznije, jer su bazirane na većem obimu informacija.

Reference:

1. Aker D., Kumar V., Day G., (2007), *Marketing istraživanje*, 9. izdanje, prevod, Ekonomski fakultet, Beograd
2. Allenby G., Bakken D., and Rossi P., (2004), "The HB Revolution", *Marketing Research*, Summer 2004, pp. 20-25.
3. Box, G. E. P. and Tiao, G. C. 1992., *Bayesian Inference in Statistical Analysis* (Wiley Classics Library Edition). J. Wiley & Sons, New York
4. Churchill G.A., Iacobucci, D., (2009), *Marketing Research Methodological Foundations*, South Western Educational Publishing, Florence, Kentucky
5. George E., 2005, "A Gentle Introduction to Markov Chain Monte Carlo (MCMC)", Switzerland
6. Green P, Srinivasan V., (1990), "Conjoint Analysis in Marketing: New Developments With Implications for Research and Practice", *Journal of Marketing Research*, October 1990, pp. 3-19.
7. Janković-Milić V., Stanković J., (2010), *Bajesian-ski pristup višekriterijumskoj analizi u poslovnom odlučivanju*, SaTCIP, Vrnjačka Banja.
8. Lepojević V., Đordjević V., Janković Milić V. (2009), "Primena naprednih tehnika u istraživanju tržišta", Zbornik radova sa 12. Konferencije „Upravljanje kvalitetom i pouzdanošću ICDQM, Beograd, str. 604-608.
9. Milošević M. V., 1998., *Teorija verovatnoće I - Verovatnoća slučajnog događaja*, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd
10. Rossi P, Allenby G., Mc Culloch R., (2005), *Bayesian Statistics and Marketing*, John Wiley & Sons Ltd, England
11. Singh B., (2010), "Statistics and its Application in Marketing Research", *Global Management Review*, Vol. 4, No. 2, pp. 49-53.
12. Stanković Lj., Đukić S., (2006), *Marketing istraživanja – studije slučaja*, Ekonomski fakultet, Niš.
13. Stanković Lj., Đukić S. (2009), *Marketing*, Ekonomski fakultet Niš.

Summary

Bayesian Modeling in Conjoint Analysis

Vesna Janković-Milić, Vinko Lepojević

Statistical analysis in marketing is largely influenced by the availability of various types of data. There is sudden increase in the number and types of information available to market researchers in the last decade. In such conditions, traditional statistical methods have limited ability to solve problems related to the expression of market uncertainty. The aim of this paper is to highlight the advantages of bayesian inference, as an alternative approach to classical inference. Multivariate statistic methods offer extremely powerful tools to achieve many goals of marketing research. One of these methods is the conjoint analysis, which provides a quantitative measure of the relative importance of product or service attributes in rela-

tion to the other attribute. The application of this method involves interviewing consumers, where they express their preferences, and statistical analysis provides numerical indicators of each attribute utility. One of the main objections to the method of discrete choice in the conjoint analysis is to use this method to estimate the utility only at the aggregate level and by expressing the average utility for all respondents in the survey. Application of hierarchical Bayesian models enables capturing of individual utility ratings for each attribute level.

Key words: marketing research, bayesian inference, conjoint analysis, hierarchical Bayesian models.

Kontakt

Vesna Janković-Milić,

Vinko Lepojević,

Univerzitet u Nišu, Ekonomski fakultet u Nišu,

Trg Kralja Aleksandra Ujedinitelja 11,

vesna.jankovic@eknfak.ni.ac.rs

vinko.lepojevic@eknfak.ni.ac.rs